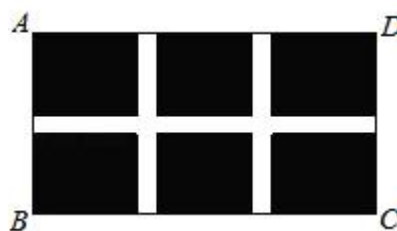


第4讲 二次函数的实际应用练习

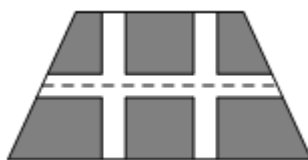
一、面积问题

练习

1. 如图，小区规划在一个长 $80m$ ，宽 $40m$ 的长方形草坪上修建三条同样宽的甬道，使其中两条与 AB 平行，另一条与 BC 平行，场地的其余部分种草，甬道的宽度为 am 。



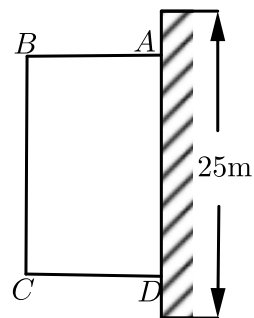
- (1) 用含 a 的代数式表示草坪的总面积 S ；
- (2) 如果每一块草坪的面积都相等，且甬道的宽为 $1m$ ，那么每块草坪的面积是多少平方米？
2. 如图，要设计一个等腰梯形的花坛，花坛上底长 120 米，下底长 180 米，上下底相距 80 米，在两腰中点连线（虚线）处有一条横向甬道，上下底之间有两纵向甬道，各甬道的宽度相等。设甬道的宽为 x 米。



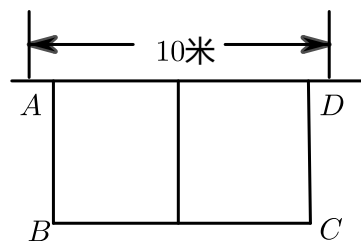
- (1) 用含 x 的式子表示横向甬道的面积为 _____ 平方米。
- (2) 当三条甬道的面积是梯形面积的八分之一时，求甬道的宽。
- (3) 根据设计的要求，甬道的宽不能超过 6 米。如果修建甬道的总费用（万元）与甬道的宽度成正比例关系，比例系数是 5.7 ，花坛其余部分的绿化费用为每平方米 0.02 万元，那么当甬道的宽度为多少米时，所建花坛的总费用最少？最少费用是多少万元？

练习

3. 为了改善小区环境，某小区决定要在块一边靠墙（墙长 $25m$ ）的空地上修建一个矩形绿化带 $ABCD$ ，绿化带一边靠墙，其它三边用总长为 60 米栅栏围住（如图），若设绿化带的 BC 边长为 x 米，绿化带的面积为 y 平方米。



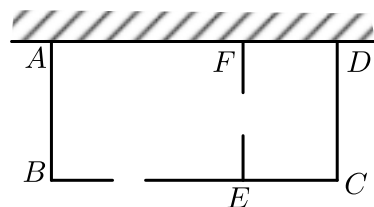
- (1) 求 y 与 x 的函数关系式 .
- (2) 直接写出自变量的取值范围 .
- (3) 是否存在绿化带 BC 的长的某个值, 使得绿化带的面积为 450 平方米? 若存在, 求出这个值; 若不存在, 请说明理由 .
4. 如图, 有长为 24 米的篱笆, 一面利用墙 (墙的最大可用长度为 10 米), 围成中间隔有一道篱笆的长方形花圃, 设花圃的宽 AB 为 x 米, 面积为 S 米² .



- (1) 求 S 与 x 的函数关系式 .
- (2) 如果要围成面积为 45m^2 的花圃, AB 的长是多少米?
- (3) 能围成面积比 45m^2 更大的花圃吗? 如果能, 请求出最大面积, 并说明围法; 如果不能, 请说明理由 .

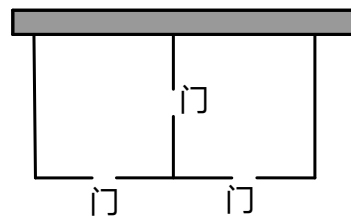
练习

5. 一农户用篱笆及一面墙 (该墙可用最大长度为 36 米) 围成一个矩形场地 $ABCD$, 该场地中间隔有一道与 AB 平行的篱笆 (EF), 如图, BE 、 EF 上各留有 1 米宽的门 (门不需要篱笆), 该农户共用篱笆 58 米, 设该矩形的一边 AB 长 x 米, $AD > AB$, 矩形 $ABCD$ 的面积为 S 平方米,



- (1) 求出 S 与 x 的函数关系式, 直接写出自变量 x 的取值范围 .
- (2) 若矩形 $ABCD$ 的面积为 252 平方米, 求 AB 的长 .
- (3) 怎样围才能是围成的场地面积最大? 最大面积是多少?
6. 某农场拟建两间矩形饲养室, 一面靠现有墙 (墙足够长), 中间用一道墙隔开, 并在如图所示的三处各留 1m 宽的门, 已知计划中的材料可建墙体 (不包括门) 的总长为 27m , 求饲养室占地的最大面

积是多少．



二、利润问题

练习

7. 某商品的进价为每件 20 元，售价为每件 30 元，每个月可卖出 180 件；如果每件商品的售价每上涨 1 元，则每个月就会少卖出 10 件，但每件售价不能高于 35 元，设每件商品的售价上涨 x 元（ x 为整数），每个月的销售利润为 y 元．
- （1）求 y 与 x 的函数关系式，并直接写出自变量 x 的取值范围；
 - （2）每件商品的售价为多少元时，每个月可获得最大利润？最大利润是多少？
 - （3）每件商品的售价定为多少元时，每个月的利润恰好是 1920 元？
8. 某商品的进价为每件 20 元，售价为每件 25 元时，每天可卖出 250 件．市场调查反映：如果调整价格，一件商品每涨价 1 元，每天要少卖出 10 件．
- （1）求出每天所得的销售利润 w （元）与每件涨价 x （元）之间的函数关系式．
 - （2）求销售单价为多少元时，该商品每天的销售利润最大．
 - （3）商场的营销部在调控价格方面，提出了 A，B 两种营销方案．
方案 A：每件商品涨价不超过 5 元．
方案 B：每件商品的利润至少为 16 元．
请比较哪种方案的最大利润更高，并说明理由．

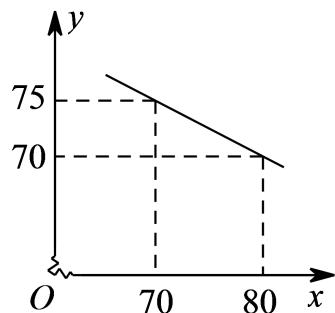
练习

9. 某水果批发商销售每箱进价为 40 元的苹果，物价部门规定每箱售价不得高于 55 元，市场调查发现，若每箱以 50 元的价格销售，平均每天销售 90 箱，价格每提高 1 元，平均每天少销售 3 箱．
- （1）求平均每天销售量 y 箱与销售价 x 元/箱之间的函数关系式．
 - （2）求该批发商平均每天的销售利润 w （元）与销售价 x （元/箱）之间的函数关系式．
 - （3）当每箱苹果的销售价为多少元时，可以获得最大利润？最大利润是多少？
10. 小李在景区销售一种旅游纪念品，已知每件进价为 6 元，当销售单价定为 8 元时，每天可以销售 200 件，市场调查反映：销售单价每提高 1 元，日销量将会减少 10 件，物价部门规定：销售单价不能超过 12 元，设该纪念品的销售单价为 x （元），日销量为 y （件），日销售利润为 w （元）．
- （1）求 y 与 x 的函数关系式．

(2) 要使日销售利润为 720 元, 销售单价应定为多少元?

(3) 求日销售利润 w (元) 与销售单价 x (元) 的函数关系式, 当 x 为何值时, 日销售利润最大, 并求出最大利润.

11. 为早日实现脱贫奔小康的宏伟目标, 我市结合本地丰富的山水资源, 大力发展旅游业, 王家庄在当地政府的支持下, 办起了民宿合作社, 专门接待游客, 合作社共有 80 间客房. 根据合作社提供的房间单价 x (元) 和游客居住房间数 y (间) 的信息, 乐乐绘制出 y 与 x 的函数图象如图所示.



(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式.

(2) 合作社规定每个房间价格不低于 60 元且不超过 150 元, 对于游客所居住的每个房间, 合作社每天需支出 20 元的各种费用, 房价定为多少时, 合作社每天获利最大? 最大利润是多少.

练习

12. 某商场销售一种小商品, 每件进货价为 190 元. 调查发现, 当销售价为 210 元时, 平均每天能销售 8 件; 当销售价每降低 2 元时, 平均每天就能多销售 4 件. 设每件小商品降价 x 元, 平均每天销售 y 件.

(1) 直接写出 y 与 x 之间的函数关系式 (不必写出 x 的取值范围).

(2) 商场要想使这种小商品平均每天的销售利润达到 280 元, 求每件小商品的销售价应定为多少元?

(3) 设每天的销售总利润为 w 元, 求 w 与 x 之间的函数关系式; 每件商品降价多少元时, 每天的总利润最大? 最大利润是多少?

13. 某服装超市购进单价为 30 元的童装若干件, 物价部门规定其销售单价不低于每件 30 元, 不高于每件 60 元. 销售一段时间后发现: 当销售单价为 60 元时, 平均每月销售量为 80 件, 而当销售单价每降低 10 元时, 平均每月能多售出 20 件. 同时, 在销售过程中, 每月还要支付其他费用 450 元. 设销售单价为 x 元, 平均月销售量为 y 件.

(1) 求出 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.

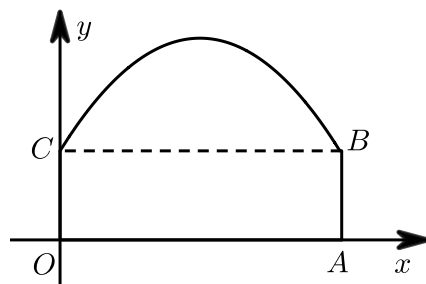
(2) 当销售单价为多少元时, 销售这种童装每月可获利 1800 元?

(3) 当销售单价为多少元时, 销售这种童装每月获得利润最大? 最大利润是多少?

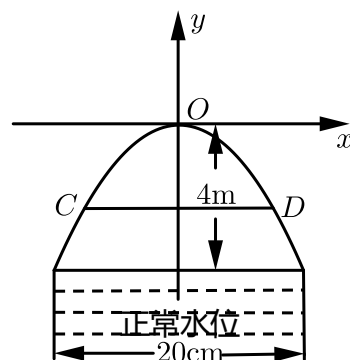
三、拱桥问题

练习

14. 如图，隧道的截面由抛物线和长方形 $OABC$ 构成，长方形的长 OA 是 12m ，宽 OC 是 4m ，按照图中所示的平面直角坐标系，抛物线可以用 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 表示．在抛物线型拱壁上需要安装两排灯，使它们离地面的高度相等，如果灯离地面的高度不超过 8m ，那么两排灯的水平距离最小是（ ）．



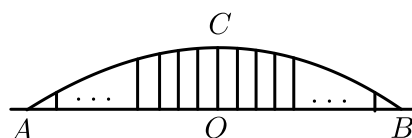
- A. 2m B. 4m C. $4\sqrt{2}\text{m}$ D. $4\sqrt{3}\text{m}$
15. 在一座抛物线型拱桥，正常水位时，桥下水面宽度为 20m ，拱顶距水面 4m ，此时，桥下的水深为 2m ，为保证过往船只顺利航行，桥下水面宽度不得小于 18m ，求水深超过多少米时，就会影响过往船在桥下顺利航行？



16. 图①中是一座钢管混凝土系杆拱桥，桥的拱肋 ACB 可视为抛物线的一部分（如图②），桥面（视为水平的）与拱肋用垂直于桥面的系杆连接，测得拱肋的跨度 AB 为 200m ，与 AB 中点 O 相距 20m 处有一高度为 48m 的系杆．



图①



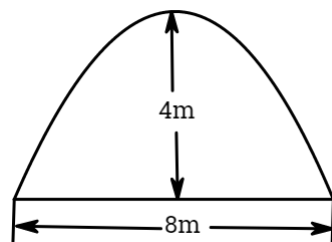
图②

- (1) 求正中间系杆 OC 的长度．
- (2) 若相邻系杆之间的间距均为 5m （不考虑系杆的粗细），则是否存在一根系杆的长度恰好是 OC 长度的一半？请说明理由．

练习

17. 解答：

- (1) 一辆宽 2 米的货车要通过跨度为 8 米，拱高为 4 米的单行抛物线隧道（从正中通过），为保证安全，车顶左右两侧离隧道的垂直距离至少要 0.5 米，求货车的限高为多少？



- (2) 若将 (1) 中的单行道改为双行道，即货车必须从隧道中线的右侧通过，求货车的限高应是多少？

18. 一座拱桥的轮廓是抛物线型(如图 1 所示)，拱高 6m，跨度 20m，相邻两支柱间的距离均为 5m。

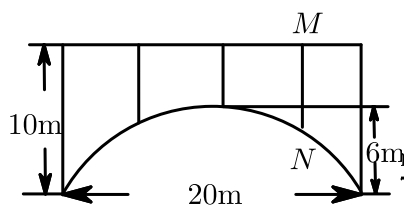


图 1

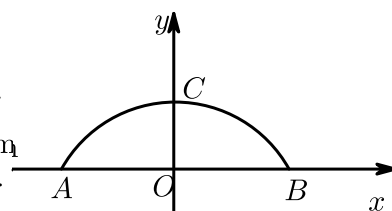


图 2

- (1) 将抛物线放在所给的直角坐标系中(如图 2 所示)，其表达式是 $y = ax^2 + c$ 的形式。请根据所给的数据求出 a ， c 的值。
- (2) 求支柱 MN 的长度。
- (3) 拱桥下地平面是双向行车道(正中间是一条宽 2m 的隔离带)，其中的一条行车道能否并排行驶宽 2m、高 3m 的三辆汽车（汽车间的间隔忽略不计）？请说说你的理由。

四、轨迹问题

练习

19. 运动会上，某运动员掷铅球时，所掷的铅球的高 y (m) 与水平的距离 x (m) 之间的函数关系式为

$$y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}, \text{ 则该运动员的成绩是 () .}$$

A. 6m

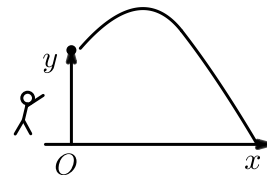
B. 12m

C. 8m

D. 10m

20. 一名男生推铅球，铅球行进高度 y (单位：m) 与水平距离 x (单位：m) 之间的关系是

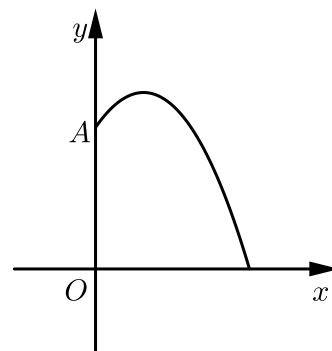
$$y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}, \text{ 铅球运行路线如图 .}$$



(1) 求铅球推出的水平距离 .

(2) 求铅球行进的最大高度 .

21. 如图是某公园一喷水池 , 在水池中央有一垂直于地面的喷水柱 , 喷水时 , 水流在各方向沿形状相同的抛物线落下 . 若水流喷出的高度 y (m) 与水平距离 x (m) 之间的函数关系式为 $y = -(x - 1)^2 + 2.25$

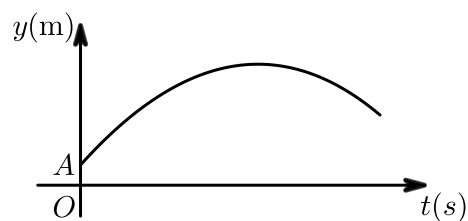


(1) 求喷出的水流离地面的最大高度 .

(2) 求喷嘴离地面的高度 .

(3) 若把喷水池改成圆形 , 那么水池半径至少为多少时 , 才能使喷出的水流不落在水池外 ?

22. 如图 , 某足球运动员站在点 O 处练习射门 , 将足球从离地面 0.5m 的 A 处正对球门踢出 (点 A 在 y 轴上) , 足球的飞行高度 y (单位 : m) 与飞行时间 t (单位 : s) 之间满足函数关系 $y = at^2 + 5t + c$, 已知足球飞行 0.8s 时 , 离地面的高度为 3.5m .



(1) 足球飞行的时间是多少时 , 足球离地面最高 ? 最大高度是多少 ?

(2) 若足球飞行的水平距离 x (单位 : m) 与飞行时间 t (单位 : s) 之间具有函数关系 $x = 10t$, 已知球门的高度为 2.44m , 如果该运动员正对球门射门时 , 离球门的水平距离为 28m , 他能否将球直接射入球门 ?